COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 18 AVRIL 1881.

PRÉSIDENCE DE M. WURTZ.

MEMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

PHYSIOLOGIE. — *Inscription microscopique des mouvements qui s'observent en Physiologie;* par M. Marey.

« Il y a environ vingt ans que j'ai proposé d'inscrire les différents mouvements qui se produisent chez les êtres vivants, au moyen d'un levier d'une légèreté aussi grande que possible, mis à l'abri de toute cause de vibration ([1]). Depuis cette époque, un nombre considérable de travaux ont été faits à l'aide d'instruments basés sur l'emploi du levier léger : les phénomènes de la circulation du sang, ceux de la respiration, des actions musculaires et nerveuses ont trouvé dans l'emploi de cette méthode des solutions précises. Les auteurs qui l'ont employée se sont le plus souvent chargés eux-mêmes de démontrer la précision des appareils dont ils se sont servis.

» Et pourtant, une objection qui se reproduit de temps en temps est celle-ci : dans les tracés, parfois si compliqués, de certains actes physio-

([1]) Voir, pour les précautions employées dans la construction de ces instruments, *La méthode graphique*, passim.

logiques, ne doit-on pas admettre que des vibrations propres du levier se soient ajoutées à la courbe réelle du mouvement?

» Il m'a paru utile de lever cette objection par une nouvelle expérience et de prouver la fidélité des instruments que j'emploie, en montrant que d'autres instruments, entièrement à l'abri des vibrations du levier, donnent des tracés identiques.

» Il s'agit d'inscrire un mouvement en donnant au tracé des dimensions tellement réduites, qu'on puisse considérer comme négligeable la vitesse du style inscripteur.

» Prenons pour exemple un sphygmogramme ou un cardiogramme. Les dimensions ordinaires que j'adopte pour que ces courbes soient facilement lisibles sur le papier sont d'environ $0^m,005$ de hauteur verticale. Admettons que le levier, pour parcourir $0^m,005$ en un temps très court, prenne une vitesse excessive, en vertu de laquelle il sera projeté trop loin, sans que les frottements du style éteignent sa vitesse acquise. On accordera facilement que, si l'on réduit au dixième, c'est-à-dire à $0^{mm},5$, l'amplitude du tracé, les effets de la vitesse acquise du levier devront être singulièrement atténués. Ils seront, en effet, cent fois moindres que pour les instruments ordinaires, puisque la force vive des masses en mouvement croît comme le carré des vitesses.

» Mais ces tracés, pour garder les mêmes proportions que dans les expériences ordinaires, devront être recueillis sur des surfaces animées d'une vitesse très faible : $0^m,001$ par seconde. Les détails de la courbe obtenue ne seront donc pas visibles à l'œil nu. En recueillant ces courbes sur une glace légèrement enfumée, qu'on place sous l'objectif d'un microscope, il suffit d'un grossissement de 20 diamètres pour rendre aux tracés des dimensions telles, qu'on en puisse complètement analyser la forme. Un dessin à la chambre claire, un décalque, ou mieux une photographie obtenue par projection ramèneront ces courbes à des dimensions aussi grandes qu'il sera nécessaire. Or, dans ces conditions, où la réduction de la vitesse du levier exclut la possibilité de toute altération du mouvement, les tracés sont identiques à ceux que donnent le sphygmographe et le cardiographe ordinaires; ceux-ci peuvent donc être considérés comme exempts de déformation par la vitesse acquise. A plus forte raison devra-t-on avoir une confiance absolue dans les tracés de mouvements plus lents que ceux du cœur et du pouls, dans les tracés de la respiration par exemple.

» Mais notre savant confrère Donders (d'Utrecht) a justement fait ob-

server qu'un appareil inscripteur n'est fidèle que pour des mouvements d'une certaine vitesse, ceux pour lesquels il a été construit. On ne peut exiger qu'il inscrive des actes plus rapides. Ainsi le cardiographe, qui trace fidèlement 150 pulsations du cœur par seconde, ne saurait, sans les déformer, tracer des mouvements deux ou trois fois plus rapides.

» L'inscription microscopique permet d'étendre presque indéfiniment le champ des phénomènes susceptibles d'être enregistrés. Tout se réduit à employer une pointe d'acier assez fine et une couche de noir assez mince pour que le trait obtenu soit bien pur, malgré ses petites dimensions. Grâce à l'emploi du microscope, des tracés dont l'amplitude n'excède pas $\frac{1}{10}$ de millimètre prennent de grandes dimensions.

» Pour de si petites excursions, l'inertie du levier est négligeable. Déjà, avec les appareils ordinaires, j'avais réussi à transmettre à distance et à inscrire les vibrations d'un diapason de $200^{\text{v.d.}}$ par seconde : avec l'inscription microscopique, j'ai obtenu le tracé des vibrations de la voix en chantant au devant de l'orifice du tube transmetteur.

» Les vibrations du sang dans les vaisseaux, qui donnent naissance à un son, connu en Médecine sous le nom de *bruit de souffle*, semblent devoir rentrer dans le domaine des mouvements inscriptibles. En effet, sur des tubes élastiques et sur des anévrismes artificiels traversés par un courant d'eau, j'ai déjà obtenu l'inscription très nette des vibrations du liquide, vibrations que l'oreille me faisait percevoir en même temps sous forme de bruit de souffle.

» J'aurai l'honneur d'exposer devant l'Académie ces expériences, qui me semblent utile, pour éclairer la nature d'un phénomène important de sémiologie.

» Les inscripteurs microscopiques ont encore un avantage qui, bien que secondaire, n'en mérite pas moins d'être signalé : ils sont extrêmement portatifs. On peut loger dans sa poche tout ce qui est nécessaire pour inscrire les mouvements du cœur, du pouls, de la respiration, et, contrairement à ce qui existait autrefois, les appareils explorateurs, bien que très réduits déjà, sont plus volumineux, dans leur ensemble, que l'instrument qui reçoit les tracés.

» Cette extrême petitesse des appareils inscripteurs, en facilitant les applications cliniques de la méthode graphique, me fait espérer le concours des médecins, indispensable pour accumuler les éléments d'une sémiologie précise des maladies du cœur, des vaisseaux et de l'appareil respiratoire. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'intégrale eulérienne de seconde espèce* [1]. Note de M. GYLDÉN. (Extrait d'une Lettre adressée à M. Hermite.)

« Entre deux valeurs consécutives de $M_r^{(1)}$ il y a l'équation

$$M_r^{(1)} = \frac{1}{r} - 2M_{r-1}^{(1)},$$

qui sert pour le calcul de proche en proche des coefficients dont il s'agit. Mais, si l'on veut pousser l'exactitude très loin, il convient de commencer par le calcul de $M_r^{(1)}$, appartenant à une grande valeur de r. Pour ce but, on fera usage de la formule

$$M_r^{(1)} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{r+1} - \frac{1}{r+2}\,\frac{1}{2} + \frac{1}{r+3}\,\frac{1}{2^2} - \ldots\right).$$

Cela étant, on obtiendra les autres $M_r^{(1)}$ au moyen de l'expression

$$M_{r-1}^{(1)} = \frac{1}{2r} - \frac{1}{2}M_r^{(1)}.$$

» Par de tels procédés, j'obtiens les valeurs suivantes :

$$\begin{aligned}
\log\text{nat}\,\tfrac{3}{2} = M_0^{(1)} &= 0,40546511,\\
M_1^{(1)} &= 0,18906978,\\
M_2^{(1)} &= 0,12186044,\\
M_3^{(1)} &= 0,08961245,\\
M_4^{(1)} &= 0,0707751,\\
M_5^{(1)} &= 0,0584498,\\
M_6^{(1)} &= 0,0497671,\\
M_7^{(1)} &= 0,043323,\\
M_8^{(1)} &= 0,038354,\\
M_9^{(1)} &= 0,03440,\\
M_{10}^{(1)} &= 0,03119.
\end{aligned}$$

» Maintenant il est facile d'obtenir les valeurs des divers $\mathfrak{Q}_n$; voici les

---

[1] Voir *Comptes rendus*, même Volume, p. 897.

résultats :

$$\mathfrak{Q}_0 = 0,1704835,$$
$$\mathfrak{Q}_1 = 0,0358521,$$
$$\mathfrak{Q}_2 = 0,0092692,$$
$$\mathfrak{Q}_3 = 0,0026311,$$
$$\mathfrak{Q}_4 = 0,0007882,$$
$$\mathfrak{Q}_5 = 0,0009444,$$
$$\mathfrak{Q}_6 = 0,0000788,$$
$$\mathfrak{Q}_0 + \mathfrak{Q}_1 + \ldots + \mathfrak{Q}_6 = 0,2193463.$$

Au lieu de calculer séparément les $\mathfrak{Q}_n$ suivants, j'ai cherché la somme

$$\mathfrak{Q}_2 + \mathfrak{Q}_3 + \ldots = \int_z^\infty \frac{e^{-\xi}\,d\xi}{\xi},$$

en employant la formule

$$\int_a^\infty \frac{e^{-\xi}\,d\xi}{\xi} = \mathrm{P}(1)\,\mathrm{R}(-1) - \mathrm{P}(2)\,\mathrm{R}(-2) + \ldots.$$

Le calcul m'a donné

$$\mathfrak{Q}_2 + \mathfrak{Q}_3 + \ldots = 0,0000375.$$

La somme totale nous donne maintenant

$$-\,\mathfrak{Q}(0) = \lim\left(\frac{1}{e}\right) = -\,0,2193238;$$

d'un autre côté, on a

$$\lim\left(\frac{1}{e}\right) = \mathrm{C} - \frac{1}{1} + \frac{1}{2}\,\frac{1}{1.2} - \frac{1}{3}\,\frac{1}{1.2.3} + \cdots,$$

et ces deux expressions conduisent à la valeur de C, 0,5772158, qui ne diffère que de 0,000000135 de la valeur exacte.

» Vous voyez qu'on peut, grâce à votre analyse, d'une manière bien aisée, obtenir les résultats dont l'évaluation exigeait auparavant beaucoup de travail. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la surface de Kummer à seize points singuliers.* Note de M. J. BRIOSCHI.

« M. Darboux, dans une Note insérée récemment dans les *Comptes rendus* (21 mars), après avoir rappelé les travaux de MM. Klein, Cayley, Borchardt, Weber sur les rapports que présente la théorie de la surface de Kummer avec celle des fonctions à quatre périodes [1], énonce une méthode qui lui est propre pour obtenir les expressions des coordonnées de la surface au moyen des fonctions Θ à caractéristique paire.

» Dans un Mémoire qui est sous presse et qui va paraître dans les *Annali di Matematica*, après avoir donné l'expression générale de l'équation biquadratique de Göpel pour les fonctions à $2n$ périodes et d'autres formules relatives à ce cas, je me suis proposé le problème d'exprimer les coordonnées de la surface de Kummer en fonctions (irrationnelles) de deux paramètres. A cet effet, au lieu de considérer les fonctions Θ, je prends comme point de départ les quinze fonctions algébriques irrationnelles qui peuvent s'exprimer par le rapport de deux fonctions Θ, et les propriétés de ces fonctions algébriques, qui ont été établies par M. Weierstrass dans son Mémoire *Zur Theorie der Abel'schen Functionen* (*Journal de Crelle*, t. 5, p. 52).

» En posant

$$P(x)=(x-a_1)(x-a_2)\ldots(x-a_n),$$
$$Q(x)=A(x-a_{n+1})(x-a_{n+2})\ldots(x-a_{2n+1})$$

et

$$R(x)=P(x)Q(x),\quad \varphi(x)=(x-x_1)(x-x_2)\ldots(x-x_n),$$

enfin

$$l_m=P(a_m) \text{ pour } m>n,\quad l_m=-Q(a_m) \text{ pour } m \leqq n,$$

on doit considérer, d'après M. Weierstrass, $2n+1$ fonctions algébriques irrationnelles à indice simple,

$$p_m=\sqrt{\frac{\varphi(a_m)}{l_m}},$$

et $n(2n+1)$ fonctions à indice double,

$$p_{rs}=p_{sr}=p_r p_s \sum_{i=1}^{n} \frac{\sqrt{R(x_i)}}{(x_i-a_r)(x_i-a_s)\varphi'(x_i)}.$$

---

(1) Voir aussi *Transformation der hyperelliptischen Functionen $p=2$ und ihre Bedeutung für die Kummer'sche Fläche*, von K. ROHN (*Mathematische Annalen*, Band 15).

» Soit $n=2$. En considérant les six fonctions $p_3, p_4; p_{13}, p_{14}; p_{23}, p_{24}$, on déduit des propriétés rappelées ci-dessus les relations suivantes,

$$(A)\quad \begin{cases} (12)\mathrm{N}p_3^2=(14)(25)w^2+(24)(35)x^2-(24)(15)y^2-(14)(35)z^2, \\ (12)\mathrm{N}p_4^2=(23)(45)w^2+(13)(25)x^2-(13)(45)y^2-(23)(15)z^2, \\ (12)p_3p_4=wx-yz, \end{cases}$$

en posant

$$w=(13)\sqrt{(15)}p_{13},\quad x=(14)\sqrt{(15)}p_{14},\quad y=(23)\sqrt{(25)}p_{23},\quad z=(24)\sqrt{(25)}p_{24},$$
$$(rs)=a_r-a_s,$$

et

$$\mathrm{N}=(13)(45)+(24)(15)=(13)(25)+(24)(35)$$
$$=(14)(25)+(23)(45)=(14)(35)+(23)(15).$$

Des relations (A) on obtient une équation biquadratique analogue à celle de Göpel, équation qui, si l'on pose

$$a=\frac{(15)+(25)}{(21)},\quad b=\frac{(35)+(45)}{(43)},\quad c=\frac{(13)(24)+(14)(23)}{(12)(43)},$$

et par conséquent

$$a+1=2\frac{(25)}{(21)},\quad b+1=2\frac{(45)}{(43)},\quad c+1=2\frac{(14)(23)}{(12)(43)},$$
$$a-1=2\frac{(15)}{(21)},\quad b-1=2\frac{(35)}{(43)},\quad c-1=2\frac{(13)(24)}{(12)(43)},$$
$$\mathrm{K}=a^2+b^2+c^2-2abc-1=-\tfrac{1}{2}\rho\mathrm{N}^2,\quad \rho=-\frac{8}{(12)^2(34)^2},$$

peut s'exprimer de la manière suivante, tous les termes étant divisibles par p,

$$\begin{aligned} 0=&(a+1)(b+1)(c+1)w^4+(a+1)(b-1)(c-1)x^4 \\ &+(a-1)(b+1)(c-1)y^4+(a-1)(b-1)(c+1)z^4 \\ &+2(a-bc)[(a+1)w^2x^2+(a-1)y^2z^2] \\ &+2(b-ca)[(b+1)w^2y^2+(b-1)z^2x^2] \\ &+2(c-ab)[(c+1)w^2z^2+(c-1)x^2y^2]-4kwxyz, \end{aligned}$$

équation de la surface de Kummer sous la forme considérée par Borchardt. Si l'on désigne par w_0, x_0, y_0, z_0 les coordonnées d'un des points singuliers de la surface, on démontre facilement que leurs valeurs sont propor-

tionnelles aux expressions

$$\sqrt{(a-1)(b-1)(c-1)},\ \sqrt{(a-1)(b+1)(c+1)},$$
$$\sqrt{(a+1)(b-1)(c+1)},\ \sqrt{(a+1)(b+1)(c-1)}.\ »$$

CHIMIE ORGANIQUE. — *De l'action de la chaleur sur les bases ammoniées.* Note de M. **A.-W. Hofmann.**

« Il ressort des belles recherches de M. Cahours sur la pipéridine (*Annales de Chimie et de Physique,* 3e série, t. XXXVIII, p. 76) que cette base est une monamine secondaire, dont la composition est représentée par la formule

$$C^5H^{11}Az = (C^5H^{10})^{11}HAz.$$

On était en droit d'espérer qu'en traitant cette base par l'acide chlorhydrique à une température élevée on arriverait à déterminer la constitution du groupement C^5H^{10}, dont la nature nous est encore inconnue. Ce groupement pourrait renfermer différents carbures, savoir :

$$C^5H^{10} = CH^3 + C^4H^7 = C^2H^5, C^3H^5 = \ldots.$$

» Il était assez probable, en se basant sur la manière d'être des monamines d'autres séries, que l'acide chlorhydrique opérerait le dédoublement de la pipéridine en ammoniaque et en hydrocarbures qui y sont contenus. Des recherches entreprises dans cette direction ne m'ont donné aucun résultat. Il en est de même de la distillation du chlorhydrate de pipéridine, ce sel étant volatil sans décomposition.

» J'ai repris ces recherches dans ces derniers temps, et, par l'application d'une nouvelle méthode dont je viens de développer les différentes phases dans les *Comptes rendus de l'Académie de Berlin,* je me suis rapproché du but que je m'étais proposé.

» Les expériences dont je vais avoir l'honneur de faire connaître les résultats à l'Académie se rattachent à des observations que j'ai faites il y a plus de trente ans.

» En étudiant les bases ammoniées, j'avais été amené à examiner les transformations qu'éprouvent ces corps sous l'influence de la chaleur. Qu'il me soit permis de rappeler que, chauffé, l'hydroxyde de tétraméthylammonium se scinde en triméthylamine et en alcool méthylique, ainsi que

l'exprime l'équation

$$(CH^3)^4AzOH = (CH^3)^3Az + CH^3, OH,$$

tandis que la décomposition des bases tétréthylique et tétramylique fournit, à côté des bases éthylique et amylique, non pas les alcools correspondants, mais bien de l'éthylène ou de l'amylène, dont la production est accompagnée de celle d'une molécule d'eau; c'est ainsi qu'on a

$$(C^2H^5)^4AzOH = (C^2H^5)^3Az + H^2O + C^2H^4,$$
$$(C^5H^{11})^4AzOH = (C^5H^{11})^3Az + H^2O + C^5H^{10}.$$

» De ces recherches, déjà fort anciennes, ressortit un fait assez remarquable. En chauffant l'hydroxyde d'une base ammoniée à radicaux différents, on observe que les groupes méthyliques qui y sont renfermés se séparent avec prédilection à l'état de bases tertiaires, quel que soit l'ordre de succession dans le système, tandis qu'un autre groupe (éthylique, amylique, etc.) sort du système sous la forme de carbure. C'est ainsi que l'hydroxyde de méthyldiéthylamylammonium, obtenu par l'action de l'iodure méthylique sur la diéthylamylamine, puis en traitant l'iodure formé par l'oxyde d'argent, se transforme en méthyléthylamylamine et en éthylène.

» L'hydroxyde de méthyléthylamylphénylammonium, formé d'une manière analogue en partant de l'éthylamylphénylamine, se dédouble pareillement en méthylamylphénylamine et en éthylène. C'est ce qu'expriment les deux équations suivantes :

$$CH^3(C^2H^5)^2, C^5H^{11}AzOH = (CH^3, C^2H^5, C^5H^{11})Az + H^2O + C^2H^4,$$
$$CH^3, C^2H^5, C^5H^{11}, C^6H^5AzOH = (CH^3, C^5H^{11}, C^6H^5)Az + H^2O + C^2H^4.$$

» Dans les deux réactions, le groupe méthylique a déplacé le groupe éthylique, soit dans la diéthylamine, soit dans l'éthylamylphénylamine.

» En me rappelant ces transformations, je me suis demandé de quelle façon se comporterait, sous l'influence de la chaleur, l'hydroxyde de diméthylpipérylammonium (la base méthylammoniée correspondant à la pipéridine). Si, dans cette réaction, les groupes méthyliques se sépararaient à l'état de monamine tertiaire, il n'était pas douteux qu'au moins une partie du groupe C^5H^{10} se séparerait de la molécule sous forme d'un hydrocarbure. L'expérience a complètement vérifié cette prévision. En effet, traitée par un excès d'iodure de méthyle, la pipéridine se dédouble en triméthyl-

amine et en un hydrocarbure C^5H^8, auquel on peut donner le nom de *pipérylène*.

» La conine se dédouble d'une manière analogue en triméthylamine et en un hydrocarbure C^8H^{14} que nous désignerons sous le nom de *conylène*.

» Les transformations de la pipéridine et de la conine que je viens de signaler à l'Académie seront de ma part l'objet de recherches ultérieures. »

RAPPORTS.

Rapport sur un Mémoire de M. S. Périssé, *intitulé : « Des causes qui tendent à gauchir les poutres des ponts en fer, et des moyens de calculer ces poutres pour résister aux efforts gauchissants* (¹) ».

(Commissaires : MM. Yvon Villarceau, Phillips, Resal, Lalanne, Bresse rapporteur.)

« Dans un Mémoire soumis au jugement de l'Académie, M. Périssé a signalé deux causes principales qui tendent à gauchir les poutres longitudinales des ponts en fer, en les faisant sortir du plan vertical où elles sont primitivement établies. Ces poutres ont le plus ordinairement une section transversale en forme de double T, composée de trois rectangles de petite épaisseur dans un sens et figurant en quelque sorte trois lignes, savoir : une horizontale supérieure, une horizontale inférieure et une verticale menée entre leurs milieux; quelquefois le rectangle vertical est supprimé, parce que la partie correspondante de la poutre (à laquelle on donne le nom d'*âme*) est remplacée par un treillis. Les observations et calculs de M. Périssé s'appliquent exclusivement aux poutres en double T, avec âme pleine ou en treillis.

» La première cause de gauchissement est le mode ordinaire d'assemblage des petites poutres transversales nommées *pièces de pont*, sur lesquelles agit la charge, par l'intermédiaire d'un plancher continu ou autre disposition analogue. Les pièces de pont reportent cette charge sur les poutres, en des points situés sur leur plate-bande inférieure, à une certaine distance de leur plan vertical moyen, circonstance qui donne lieu à un moment gauchissant, réparti d'une manière à peu près uniforme sur la longueur de

(¹) *Comptes rendus*, t. XC, p. 1413.

la poutre. On peut annuler ou tout au moins atténuer les effets de tous ces moments, soit par un contreventement supérieur, en joignant les deux poutres par des entretoises parallèles aux pièces de pont, soit par des montants verticaux encastrés sur ces dernières et faisant obstacle au déversement latéral des poutres, auxquelles ils sont également rivés. M. Périssé indique le moyen de calculer approximativement les forces mutuelles qui s'exercent entre une poutre et ses entretoises ou montants, pour en déduire ensuite les sections de ces pièces, ainsi que les sections horizontales de l'âme (ou du treillis qui la remplace), de manière à obtenir partout une résistance suffisante. Cette partie des calculs de l'auteur ne semble pas donner prise à des objections ou critiques bien graves.

» La seconde cause est la compression de la plate-bande supérieure du double T, par suite de la flexion des poutres dans le sens vertical. M. Périssé assimile cette plate-bande à une pièce chargée debout ou comprimée suivant son axe, et voici alors comment il raisonne. Considérons une poutre posée sur deux appuis; L étant sa longueur, h la hauteur de sa section, p le poids de sa charge par unité linéaire, le moment fléchissant dans les deux sections, prises de part et d'autre du milieu, à la distance x de ce point, sera

$$\frac{1}{2}p\left(\frac{L^2}{4}-x^2\right),$$

d'où résulte pour la compression totale de la plate-bande supérieure, dans ces mêmes sections, la valeur

$$\frac{p}{2h}\left(\frac{L^2}{4}-x^2\right).$$

Or assimilons cette plate-bande, entre les sections dont il s'agit, à une poutre de longueur $2x$, pouvant fléchir horizontalement sous l'action des compressions longitudinales que nous venons de calculer; soit EI le moment d'inflexibilité relatif à cette flexion horizontale. On sait qu'elle ne pourra pas exister si l'on a

$$\frac{p}{2h}\left(\frac{L^2}{4}-x^2\right)<\frac{\pi^2 EI}{4x^2}$$

ou bien

$$2x^2\left(\frac{L^2}{4}-x^2\right)<\frac{\pi^2 EIh}{p},$$

et l'on doit s'imposer l'accomplissement de cette condition, parce que, sans cela, il pourrait se produire dans la plate-bande une grande flexion hori-

zontale, qui entraînerait le déversement de la poutre. Le second membre de la dernière inégalité doit donc toujours rester supérieur au premier quand on fait varier x entre o et $\frac{L}{2}$, d'où l'on déduit sans peine

$$L^4 < \frac{32\pi^2 EIh}{p}.$$

On obtient par là une limite supérieure que ne doit pas atteindre la quatrième puissance de la longueur L. Dans la pratique, il ne faut pas trop s'approcher de la limite, afin d'avoir une certaine sécurité. M. Périssé estime qu'on ne devrait pas dépasser la moitié de cette limite, adoptant ainsi (par une simple appréciation arbitraire) un *coefficient de sécurité* égal à 2. On arrive de cette manière à la condition

$$(1) \qquad L \leqq 2\sqrt{\pi}\sqrt[4]{\frac{EIh}{p}}.$$

» Le point de vue auquel s'est placé M. Périssé pour démontrer ce résultat semble bien difficile à justifier. Dans la théorie connue des pièces chargées debout, on suppose un prisme soumis à des compressions égales, agissant aux deux extrémités suivant son axe primitif, aucune autre force n'étant appliquée dans l'intervalle; la pièce est d'ailleurs parfaitement libre, à part l'obligation, pour les deux points extrêmes de l'axe, de rester sur la droite suivant laquelle agissent les forces de compression. Or, la partie ci-dessus considérée de la plate-bande supérieure ne remplit pas ces conditions, puisqu'elle fait corps avec le reste de la poutre et supporte en conséquence des réactions sur toute sa longueur. La formule qu'on a prise pour point de départ ne saurait donc s'appliquer rigoureusement, et ses conséquences n'offrent pas un degré complet de certitude.

» Sans méconnaître la portée de cette objection, M. Périssé nous a fait savoir qu'il avait appliqué la formule (1) à un certain nombre de poutres construites, et, depuis la présentation de son Mémoire, il a fourni sur ce point particulier des renseignements complémentaires. Suivant lui, quand la longueur réellement adoptée dépasse la limite indiquée par le second membre de l'inégalité (1), les poutres se déversent latéralement, à moins cependant que cet effet ne soit empêché par le contreventement supérieur ou par les montants verticaux. L'inégalité en question aurait donc tout au moins la valeur d'une formule empirique; mais les faits à l'appui de cette conclusion sont trop peu nombreux pour qu'on puisse la regarder comme bien établie.

» En résumé, M. Périssé a étudié un problème qui s'impose à l'attention des constructeurs et dont la solution théorique n'existe pas encore. S'il n'a pas donné cette solution, il a cependant fourni des éléments pour y arriver et il a ainsi réalisé un certain progrès. Nous proposons à l'Académie de l'encourager à poursuivre ses recherches et de lui adresser des remercîments pour son intéressante Communication. »

L'Académie approuve les conclusions de ce Rapport.

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la pile secondaire de M. C. Faure.* Note de M. E. REYNIER, présentée par M. Dumas.

(Commissaires : MM. Dumas, Fizeau, Edm. Becquerel.)

« Les belles recherches de M. Gaston Planté, sur la polarisation des voltamètres, ont conduit ce savant physicien à l'invention des couples secondaires à lames de plomb, devenus classiques; ces couples accumulent et *emmagasinent*, pour ainsi dire, l'électricité produite par un électromoteur quelconque. On sait que M. Planté est parvenu à donner à ses couples une capacité d'emmagasinement assez grande, au moyen de charges et de décharges successives opérées méthodiquement, ce travail de *formation* ayant pour effet « de développer à la surface du plomb, et jusqu'à une » certaine profondeur dans l'épaisseur des lames, des couches d'oxyde et » de métal réduit, dont l'état de division est favorable au développement » du courant secondaire (1) ».

» Un couple Planté de $0^{mq},50$ de surface, convenablement *formé*, peut emmagasiner une quantité d'énergie électrochimique capable de rougir, pendant dix minutes, un fil de platine de $0^{m},001$ de diamètre sur $0^{m},08$ de longueur.

» Ces résultats importants ont reçu diverses applications pratiques; mais c'est surtout pour les recherches scientifiques que M. Planté s'est appliqué à en tirer parti. Par la décharge en *tension* d'un grand nombre de couples secondaires, préalablement chargés en *quantité*, il est parvenu à obtenir des tensions électriques très élevées, qu'il a encore accrues à l'aide de sa machine rhéostatique.

---

(1) G. PLANTÉ, *Recherches sur l'électricité.* Paris, 1879.

» Pendant que la pile Planté prenait ainsi dans les laboratoires une place de plus en plus importante, quelques ingénieurs voyaient en elle la solution générale du transport et de la distribution de l'électricité, et par conséquent de l'énergie sous toutes ses formes : force, chaleur, lumière, énergie chimique, etc. Mais, pour obtenir ces résultats, il fallait donner à l'appareil une plus grande capacité d'emmagasinement, avec un poids et un volume moindres.

» Les essais infructueux tentés dans ce but par divers électriciens avaient mis en relief les difficultés du problème. La solution semblait donc renvoyée à une date lointaine, quand M. Faure est venu apporter d'importants perfectionnements, qui permettent d'obtenir l'accumulation industrielle de l'électricité.

» La pile secondaire de M. Faure dérive directement de la pile Planté; ses électrodes sont en plomb et plongent dans l'eau acidulée par l'acide sulfurique; mais sa *formation* est plus profonde et plus rapide. Dans la pile de M. Planté, la formation est limitée par l'épaisseur des lames de plomb. M. Faure donne rapidement à ses couples un pouvoir d'accumulation presque illimité, en recouvrant les électrodes d'une couche de plomb spongieux, formée et retenue de la manière suivante.

» Les deux lames de plomb du couple sont individuellement recouvertes de minium ou d'un autre oxyde de plomb insoluble, puis entourées d'un cloisonnement en feutre, solidement retenu par des rivets de plomb; ces deux électrodes sont ensuite placées, l'une près de l'autre, dans un récipient contenant de l'eau acidulée. Si elles sont d'une grande longueur, on les roule en spirale, comme l'a fait M. Planté. Le couple étant ainsi monté, il suffit, pour le former, de le faire traverser par un courant électrique, qui amène le minium à l'état de peroxyde sur l'électrode positive et à l'état de plomb réduit sur l'électrode négative. Dès que toute la masse a été électrolysée, le couple est formé et chargé.

» Quand on le décharge, le plomb réduit s'oxyde et le plomb peroxydé se réduit, jusqu'à ce que le couple soit redevenu inerte. Il est alors prêt à recevoir une nouvelle charge d'électricité.

» Pratiquement, on peut emmagasiner ainsi une quantité d'énergie capable de fournir un travail extérieur de 1 cheval-vapeur pendant une heure, dans une pile Faure de 75^{kg}. Des calculs, basés sur les données de la Thermochimie, nous démontrent que ce poids pourra être beaucoup diminué.

» Le *rendement* de la pile secondaire de M. Faure peut, dans certaines conditions, atteindre 80 pour 100 du travail dépensé pour la charger. Dans

une prochaine Note, je montrerai que ce rendement élevé, d'ailleurs constaté par des expériences précises, est en parfait accord avec la théorie.

» Quant aux résultats industriels considérables que nous promet, à bref délai, l'accumulateur d'électricité de M. Camille Faure, nous n'en parlerons ici que pour en rapporter en grande partie le mérite aux travaux persévérants et désintéressés de M. Planté, qui ont été le point de départ de l'invention soumise aujourd'hui à l'Académie. »

M. D. Carrère adresse un complément à ses Communications sur la résolution de l'équation du sixième degré.

(Renvoi à la Commission précédemment nommée.)

M. L. Pilleux adresse une nouvelle Note sur la thermo-électricité.

(Renvoi à la Commission précédemment nommée.)

M. Ch. Brame adresse, par l'entremise de M. E. Blanchard, une Note intitulée « État naturel des cyclides et des encyclides; cyclides multiples dans les trois règnes ».

(Renvoi à la Section d'Économie rurale.)

M. Bresse est désigné pour remplacer feu le général Morin dans la Commission nommée pour examiner un Mémoire de M. *Graeff* sur les expériences du réservoir du Furens.

CORRESPONDANCE.

M. le Secrétaire perpétuel donne lecture de la Lettre suivante, adressée à Lacroix par Ampère, à l'époque où il était professeur au Lycée de Lyon.

Cette Lettre fait partie des papiers manuscrits qui avaient été légués par Lacroix à son élève, M. Louis Debauge, et que M. Debauge a légués lui-même, en 1870, à M. Ch. Levesque, notre confrère de l'Académie des Sciences morales et politiques.

M. Ch. Levesque a fait don de ces manuscrits à la bibliothèque de l'In-

stitut en 1879. Ils ont été classés et catalogués par M. Ludovic Lalanne; avec le soin et l'habileté qu'on lui connaît.

« Lyon, le 20 germinal an XII.

» Monsieur,

» C'est avec la plus vive reconnaissance que j'ai reçu la réponse que vous avez eu la bonté de me faire au sujet de la démonstration relative à l'égalité des prismes inverses, que je vous avais envoyée avec une seconde démonstration sur l'égalité de deux tétraèdres inverses. Cette dernière était celle que j'avais eu le plus de plaisir à trouver, parce qu'elle s'étend à tous les polyèdres inverses lorsqu'on les décompose en tétraèdres, et parce qu'elle est fondée sur cette considération assez remarquable, dont je ne sache pas que personne ait encore eu l'idée : *Si l'on divise de deux manières différentes un parallelipipède en deux prismes triangulaires égaux, deux de ceux-ci, résultant de deux coupes différentes, laisseront, lorsqu'on en retranchera la partie commune, deux tétraèdres inverses, qui seront ainsi démontrés égaux.*

» La complaisance que vous avez eue, Monsieur, de donner à l'examen de cette démonstration quelques-uns de vos moments, malgré les recherches importantes et les Ouvrages utiles qui semblent devoir les réclamer exclusivement, me fait espérer que vous daignerez aussi jeter les yeux sur le Mémoire relatif aux contacts des courbes, et spécialement des paraboles osculatrices, que j'ai présenté à l'Institut national par l'entremise de M. Delambre, il y a près de huit mois, et sur lequel j'espérais un Rapport, dont je crois que vous aviez encore eu la bonté de vous charger.

» Je vous demande pardon, Monsieur, de tant de demandes indiscrètes; mais, si vous connaissiez ma position, vous me pardonneriez les efforts que je cherche à faire pour me faire connaître de ces grands hommes qui ont changé la face des Mathématiques, et entre lesquels vous tenez, Monsieur, un rang si distingué. Peu de temps après ma nomination au Lycée de Lyon, j'ai vu s'éteindre pour moi toute espérance de bonheur; la perte de tout ce qui m'attachait à la vie m'a rendu le séjour de cette ville insupportable; je n'y suis resté que dans l'espérance que quelque occasion se présenterait de changer la place que j'y occupe contre un emploi quelconque relatif aux Mathématiques, et qui me donnât les moyens de perfectionner mes connaissances et d'ajouter peut-être à la Science quelques idées nouvelles. Avec quel empressement je quitterais la place que j'occupe actuellement si je trouvais l'occasion de me placer à Paris, d'une manière même infiniment moins avantageuse ! Il me semble que la vue des mathématiciens que je n'ai pu jusqu'à présent admirer que de loin m'exciterait à mériter leur suffrage et me donnerait des forces nouvelles. Ici je n'en trouve pas même assez en moi pour achever un Mémoire commencé depuis longtemps, sur une nouvelle branche de Calcul intégral que je crois avoir découverte. Vous sentez, Monsieur, que ces projets, vaines rêveries d'un homme qui s'agite sous le poids d'une existence empoisonnée par les plus grandes pertes, me font désirer bien vivement qu'il n'en arrive pas à mon Mémoire sur les contacts des courbes comme à celui que j'avais présenté il y a un an à l'Institut national sur l'application des formules du Calcul des variations à la Mécanique. M. Biot avait été chargé d'examiner ce dernier, et je n'en ai plus entendu parler. Pardon encore une fois, Monsieur, de vous entretenir si longuement de détails qui ne regardent que moi. Daignez recevoir avec bonté, Monsieur, l'hommage de la reconnaissance et de la

profonde estime avec lesquelles j'ai l'honneur de vous prier d'agréer mes respects et mon dévouement.

» A. AMPÈRE. »

M. le **SECRÉTAIRE PERPÉTUEL** ajoute que le vœu exprimé par cette Lettre d'Ampère n'a pas tardé à être entendu, comme le montrent les conclusions d'un Rapport lu à l'Académie, le lundi 26 germinal an XII, par Biot, au nom d'une Commission qui se composait de Lagrange et de Biot. Ce Rapport, après avoir analysé le Mémoire d'Ampère « Sur l'application générale des formules du calcul des variations aux problèmes de la Mécanique », se termine par la phrase suivante :

« Tels sont les théorèmes démontrés par le citoyen Ampère; ils prouvent autant de sagacité que les réflexions précédentes annoncent de justesse, et les géomètres savent que, s'il est aisé d'apprendre le mécanisme du calcul, il est beaucoup plus difficile et plus rare d'en approfondir la métaphysique et d'en bien saisir la philosophie. Nous pensons que ce Mémoire est très digne de l'approbation de la Classe et mérite d'être imprimé dans le *Recueil des Savants étrangers*.

» Signé à la minute : LAGRANGE et BIOT.

» La Classe approuve le Rapport et en adopte les conclusions. »

M. le **SECRÉTAIRE PERPÉTUEL** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance, une Lettre de M. Hermite à M. Mittag-Leffler, imprimée dans les *Actes de la Société des Sciences de Finlande* et intitulée « Sur quelques points de la théorie des fonctions ».

M. Hermite expose, après M. Weierstrass et en se plaçant à un autre point de vue, une nouvelle démonstration d'un beau et important théorème de M. Mittag-Leffler, qui donne l'expression analytique générale des fonctions uniformes lorsqu'elles n'ont que des discontinuités polaires. Les formules que Cauchy a tirées du calcul des résidus ne représentent de telles fonctions qu'autant que la série infinie des fractions simples ou les produits infinis auxquels elles conduisent sont convergents, et l'on sait que pour les fonctions trigonométriques et elliptiques ces séries et ces produits sont semi-convergents, c'est-à-dire que l'ordre des termes a une influence sur leur valeur. La belle découverte du jeune géomètre suédois fait disparaître ces difficultés et conduit par une voie nouvelle à la conception analytique profonde des facteurs primaires que M. Weierstrass a exposée dans son célèbre Mémoire sur les fonctions uniformes d'une variable.

M. le Secrétaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance, un « Voyage dans la Patagonie australe (1876-1877) », publié en langue espagnole par M. *Fr.-P. Moreno* (2e édition).

(Cet Ouvrage sera renvoyé à l'examen de M. Boussingault.)

GÉOLOGIE. — *Sur le tremblement de terre de Chio.* Extrait d'une Lettre de M. de Pellissier à M. Dumas.

« M. de Pellissier, consul général à Smyrne, en rappelant que les journaux ont déjà fait connaître les malheurs éprouvés par la population de l'île de Chio, à l'occasion du tremblement de terre qui vient de sévir sur elle, ajoute qu'on ne saura jamais à quel chiffre s'élève le nombre des victimes, soit dans la capitale, comptant dix-huit mille habitants, soit dans la campagne : on les compte par milliers. Il ne reste pas une maison dans la ville turque, et dans la ville grecque fort peu sont restées debout. A peu d'exceptions près, tout est à abattre et à reconstruire. Les villages de l'île ont été plus maltraités encore que la ville elle-même.

» A Smyrne, on a éprouvé de fortes secousses, mais on n'a pas eu de nouveaux malheurs à déplorer. Ainsi épargnée, Smyrne, placée à six heures de Chio, a pu devenir un refuge pour les blessés, et le consulat lui-même s'est transformé en un vaste atelier où l'on prépare tous les moyens de traitement ou de pansement réclamés par les médecins et par les chirurgiens. Deux officiers du consulat ont été envoyés à Chio. Voici le Rapport adressé par l'un d'eux, M. Lacau, au consul général :

« Monsieur le consul général,

» Après l'exposé que j'ai eu l'honneur de vous faire dans mon Rapport n° 1, daté du 6 avril, des résultats si concluants dus à votre énergique direction et au dévouement de Mme de Pellissier, j'ai pensé, Monsieur le consul général, que vous seriez désireux d'avoir quelques renseignements sur le phénomène qui assiège l'Archipel depuis un an déjà et dont les effets viennent d'éprouver si cruellement l'île entière de Chio.

» C'est le dimanche 3 avril que la première secousse s'est produite, à $1^h 40^m$ de relevée; sa durée a été de dix secondes au maximum. C'est à la suite de cette première secousse que 99 pour 100 de la ville ont été détruits. L'amplitude de cette première oscillation a été calculée entre $0^m,15$ et $0^m,20$ par M. Henriet, ingénieur français, mis par le Gouvernement français à la disposition du Gouvernement ottoman pour la construction des quais de Chio. Vingt minutes après, une seconde oscillation presque aussi violente, puis une troisième égale en intensité, se produisant à 3^h après midi, venaient achever l'œuvre de destruction à peu près accomplie par la première. Jusqu'au 5 avril on a compté deux cent cinquante secousses, dont

trente ou quarante jugées susceptibles de renverser un mur solidement établi. Toutes les oscillations se sont produites dans le sens de l'est à l'ouest. Les lézardes, comme j'ai pu le constater dans toutes les parties de la ville praticables aux piétons, commencent toutes direction est, partie inférieure, pour finir à la partie supérieure en courant vers l'ouest. Il est à remarquer que le palais du gouverneur, situé non loin du rivage, se signalant par la légèreté de sa construction, mais chaîné sur tout son pourtour à la hauteur de chaque étage, a tenu contre toutes les secousses, tandis que son mur de clôture, dont l'épaisseur était de $0^{m},70$, a été entièrement renversé.

» De même, le seul minaret de la ville bâti en pierres de taille a résisté, sauf le bobêchon, qui a culbuté, tandis que tous les autres minarets construits en maçonnerie sont détruits de fond en comble.

» Les indices précurseurs du tremblement de terre (la même observation a du reste été faite à Smyrne l'année dernière) sont les suivants : la mer unie comme une glace, le ciel couvert, l'atmosphère pesant lourdement sur la terre, et le vent soufflant du sud.

» Il est à remarquer encore que Chio se trouve sur le parcours de la ligne volcanique qui comprend également Ischia, où le phénomène destructeur s'est produit il y a trois semaines environ. Le désastre qui vient de surprendre Chio est donc la suite du travail souterrain dont Ischia subissait l'atteinte il y a trois semaines.

» Veuillez agréer, etc.

» Signé : MARY LACAU,

» *drogman, chancelier du consulat de France à Smyrne.* »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions fuchsiennes.* Note de M. H. POINCARÉ.

« J'ai étudié en particulier les fonctions fuchsiennes $f(z)$ telles que, si l'on pose

$$x = f(z), \quad y_1 = \sqrt{\frac{df}{dz}}, \quad y_2 = z\sqrt{\frac{df}{dz}},$$

y_1 et y_2 satisfassent à une équation de la forme

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = y\,\varphi(x), \tag{1}$$

φ étant rationnel en x.

» J'ai reconnu : 1° que les points singuliers de l'équation (1) qui sont les infinis de $\varphi(x)$ sont tous réels ; 2° que l'on peut choisir $f(z)$ de telle façon que ces infinis de $\varphi(x)$ soient aussi nombreux que l'on veut, et aient telles valeurs réelles que l'on veut.

» En introduisant les fonctions zétafuchsiennes qui correspondent à ces fonctions $f(z)$, on intègre *toutes les équations linéaires à coefficients rationnels dont tous les points singuliers sont réels.* »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions abéliennes.* Note de M. H. POINCARÉ.

« *Première remarque.* — Les p équations

$$(1)\quad \left\{\begin{array}{l} \Theta(x_1+\lambda_{1,1},\ x_2+\lambda_{2,1},\ \ldots,\ x_p\lambda_{p1})=0,\\ \Theta(x_1+\lambda_{1,2},\ x_2+\lambda_{2,2},\ \ldots,\ x_p\lambda_{p2})=0,\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,\\ \Theta(x_1+\lambda_{1,p},\ x_2+\lambda_{2,p},\ \ldots,\ x_p\lambda_{pp})=0 \end{array}\right.$$

ont $1\times2\times3\times\ldots\times p$ solutions communes, outre celles qu'on en déduit par l'addition des périodes. Elles ne sont jamais impossibles. De plus, *en général,* on ne peut choisir les λ de telle façon qu'elles cessent d'être distinctes. En supposant que la fonction Θ considérée doit son origine à un système d'intégrales abéliennes, je montre à quelle condition on pourra choisir les λ de telle façon que les équations (1) cessent d'être distinctes.

» *Deuxième remarque.* — M. Picard, dans deux Notes du 21 février et du 7 mars, a montré que les fonctions abéliennes se ramènent, dans certains cas, aux fonctions elliptiques; de même les fonctions abéliennes peuvent, dans certains cas, se ramener à des fonctions abéliennes d'un moins grand nombre de variables. C'est ce qui donne l'explication d'une anomalie que j'avais remarquée.

» Une fonction Θ de p variables dépend de $\frac{p(p+1)}{2}$ paramètres qui sont les périodes α_{ik}. Or une relation de genre p,

$$f(x,y)=0,$$

peut être supposée de degré $p+1$ (CLEBSCH et GORDAN, *Theorie der Abelschen Functionen*). Elle dépend alors seulement de $4p+2$ paramètres.

» Supposons donc que, choisissant arbitrairement les $\frac{p(p+1)}{2}$ paramètres α_{ik}, on forme une fonction Θ, que j'appelle Θ_1, et avec elle p fonctions abéliennes à $2p$ périodes

$$F_1,\ F_2,\ \ldots,\ F_p.$$

» Les équations

$$F_1=u,\quad F_2=F_3=\ldots=F_p=0$$

définissent x_1 en fonction de u; on aura

$$x_1 = \int \varphi(u, v)\, du,$$

φ étant rationnel en u et v, et v étant lié à u par une relation algébrique

$$(2) \qquad f(u, v) = 0.$$

» Cette relation ne sera pas, en général, du genre p, puisqu'une relation algébrique du genre p dépend de moins de $\frac{p(p+1)}{2}$ paramètres. Si donc on forme, par les procédés connus, le système d'intégrales abéliennes de première espèce qui correspondent à la relation (2), puis la fonction Θ correspondante, cette fonction Θ aura plus de p variables, et pourtant elle devra se ramener à la fonction Θ_1, qui n'en a que p. On voit donc là un des exemples de ces réductions, qui ont été étudiées par M. Picard.

» *Troisième remarque.* — Soit

$$F(u_1, u_2, \ldots, u_p)$$

une fonction abélienne à p variables et $2p$ périodes. M. Appell substitue à la place de u_i l'intégrale abélienne $u^{(i)}(x, y)$, et il arrive à ramener la fonction F à une fonction d'une seule variable. Cette fonction se décompose alors en éléments simples de la forme

$$A \frac{d}{du_k} L\,\Theta[u^{(i)}(x, y) + G_i].$$

» Bornons-nous au cas de deux variables; le résultat de M. Appell est susceptible d'être présenté sous une autre forme et en même temps d'être généralisé. Envisageons la fonction abélienne

$$F(u_1, u_2),$$

et supposons que u_1 et u_2 soient liés par la relation

$$\Theta(u_1 + \lambda_1, u_2 + \lambda_2) = 0.$$

F se décompose alors en éléments simples, qui sont de la forme

$$A \frac{d}{du_1} L\Theta(u_1 + G_1,\ u_2 + G_2) \quad \text{ou} \quad A' \frac{d}{du_2} L\Theta(u_1 + G'_1,\ u_2 + G'_2),$$

en supposant qu'il n'y ait pas d'infini multiple.

» Ce résultat n'est pas susceptible de généralisation dans le cas où il y a plus de deux variables. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une classe de fonctions dont les logarithmes sont des sommes d'intégrales abéliennes de première et de troisième espèce.* Mémoire de M. **P. Appell.** (Extrait par l'auteur.)

« Soient x et y deux variables liées par une équation algébrique $F(x,y)=0$, représentant une courbe d'ordre m et de genre p. Les fonctions que je considère dans ce Mémoire comme analogues des fonctions doublement périodiques de seconde espèce sont des fonctions du point analytique (x, y) qui n'ont, sur toute la sphère, d'autres points singuliers que des pôles et des points critiques algébriques, à savoir les points critiques de la fonction y de x; de plus, ces fonctions se reproduisent multipliées par un facteur constant quand le point (x, y) décrit un cycle quelconque.

» Comme je l'ai montré précédemment (*Comptes rendus*, t. XCI, p. 972), ces fonctions servent à intégrer une classe d'équations différentielles linéaires dont les coefficients sont des fonctions rationnelles de x et y, telles que l'intégrale générale n'ait d'autres points singuliers que des pôles et des points critiques algébriques (les points critiques de la fonction y de x), et que la variation de l'intégrale quand le point (x, y) décrit différents cycles soit indépendante de l'ordre de succession des cycles.

» Désignons par

$$u^{(1)}(x, y),\ u^{(2)}(x, y),\ \ldots,\ u^{(p)}(x, y)$$

les intégrales abéliennes normales de première espèce relatives à la courbe $F=0$, et par

$$\begin{array}{lllllll}\omega_1^{(i)}=0, & \omega_3^{(i)}=0, & \ldots, & \omega_{2i-1}^{(i)}=2\pi\sqrt{-1}, & \ldots, & \omega_{2p-1}^{(i)}=0, \\ \omega_2^{(i)}=2\alpha_{i1}, & \omega_4^{(i)}=2\alpha_{i2}, & \ldots, & \omega_{2i}^{(i)}=2\alpha_{ii}, & \ldots, & \omega_{2p}^{(i)}=2\alpha_{ip}\end{array}$$

les $2p$ périodes normales de l'intégrale $u^{(i)}(x, y)$. Lorsque le point (x, y) décrit le cycle correspondant à la période $\omega_k^{(i)}$, l'une des fonctions $\Phi(x, y)$ que nous considérons se reproduit multipliée par un facteur ou multiplicateur μ_k. Il existe $2p$ multiplicateurs μ_k correspondant respectivement aux $2p$ cycles qui donnent les périodes normales.

» Soit $\Theta(u_i)$ la fonction Θ de p variables formée avec les périodes normales (Briot, *Théorie des fonctions abéliennes*, p. 114). On a déjà une pre-

mière expression de la fonction $\Phi(x, y)$ en prenant

$$(1) \qquad \Phi(x,y) = e^{\lambda_1 u^{(1)}(x,y)+\ldots+\lambda_p u^{(p)}(x,y)} \frac{\Theta[u^{(i)}(x,y) - k_i - g_i]}{\Theta[u^{(i)}(x,y) - k_i]} R(x,y),$$

$R(x,y)$ désignant une fonction rationnelle de x et y, λ_i, g_i et k_i des constantes. Les p constantes k_i sont arbitraires; les $2p$ constantes λ_i et g_i sont déterminées par les équations suivantes, qui expriment que la fonction Φ admet $2p$ multiplicateurs donnés μ_k:

$$(2) \qquad \left\{ \begin{array}{ll} \mu_{2i-1} = e^{2\pi\sqrt{-1}\lambda_i} \\ \mu_{2i} \quad = e^{2(\lambda_1\alpha_{1i}+\lambda_2\alpha_{2i}+\ldots+\lambda_p\alpha_{pi})+g_i} \end{array} \right\} \; (i = 1, 2, \ldots, p).$$

Ces équations donnent toujours un système de valeurs pour ces constantes; les λ_i sont déterminés à des entiers près et les g_i à des multiples près de périodes conjuguées.

» Cela posé, j'indique pour les fonctions telles que $\Phi(x,y)$ une formule de décomposition en éléments simples analogue à celle que M. Hermite a donnée pour les fonctions doublement périodiques de seconde espèce.

» J'écarte d'abord le cas exceptionnel où les constantes g_i seraient nulles à des multiples près de périodes conjuguées, c'est-à-dire où les $2p$ multiplicateurs μ_k seraient de la forme

$$(3) \qquad \left\{ \begin{array}{ll} \mu_{2i-1} = e^{2\pi\sqrt{-1}\lambda_i} \\ \mu_{2i} \quad = e^{2(\lambda_1\alpha_{1i}+\lambda_2\alpha_{2i}+\ldots+\lambda_p\alpha_{pi})} \end{array} \right\} \quad (i = 1, 2, \ldots, p).$$

Ce cas exceptionnel est analogue à celui qui se présente déjà pour les fonctions doublement périodiques de seconde espèce et qui a été signalé d'abord par M. Fuchs (*Journal de Mathématiques pures et appliquées*, 3e série, t. IV, p. 132), puis étudié d'une façon plus approfondie par M. Mittag-Leffler (*Comptes rendus*, t. XC, p. 177).

» Lorsque les multiplicateurs n'ont pas cette forme exceptionnelle (3), l'élément de la décomposition est la fonction

$$(4) \qquad \mathcal{F}(x,y;\xi,\eta) = A\, e^{\sum_{i=1}^{i=p} \lambda_i u^{(i)}(x,y)} \frac{\Theta[u^{(i)}(x,y) - u^{(i)}(\xi,\eta) + h_i - g_i]}{\Theta[u^{(i)}(x,y) - u^{(i)}(\xi,\eta) + h_i]},$$

où

$$(5) \qquad h_i = C_i - \sum_{k=1}^{k=p-1} u^{(i)}(x_k, y_k).$$

Cette fonction $\mathfrak{F}$ admet les mêmes multiplicateurs que la fonction Φ à décomposer; elle devient infinie du premier ordre aux p points

$$(\xi, \eta),\ (x_1, y_1),\ (x_2, y_2),\ \ldots,\ (x_{p-1}, y_{p-1}).$$

De ces p points, les $p-1$ derniers (x_k, y_k) sont entièrement arbitraires; le premier seul (ξ, η), qui est mis en évidence, reçoit, dans la formule de décomposition, des valeurs déterminées, à savoir les valeurs qui rendent $\Phi(x, y)$ infinie. La constante A qui figure dans l'expression (4) est déterminée de façon que le résidu de l'une des valeurs de $\mathfrak{F}$ relatif à l'infini $x = \xi$ soit égal à l'unité.

» La formule générale de décomposition des fonctions telles que $\Phi(x, y)$, que l'on obtient de cette façon, conduit, quand les constantes λ_i et g_i tendent vers zéro, à la formule donnée par Roch pour la décomposition d'une fonction rationnelle en éléments simples (voir *Journal de Crelle*, t. 84, p. 294, Lettre de M. Lindemann à M. Hermite).

» Le cas exceptionnel où les multiplicateurs μ_k ont la forme (3) peut aussi se déduire comme limite du cas général; mais il est plus simple de le traiter directement, en s'appuyant sur la formule de Roch. Dans ce cas, l'élément de la décomposition est la fonction

$$\mathrm{A}e^{\lambda_1 u^{(1)}(x,y)+\cdots+\lambda_p u^{(p)}(x,y)}\,\mathrm{Z}(\xi, \eta),$$

où $\mathrm{Z}(\xi, \eta)$ est l'intégrale abélienne normale de seconde espèce dont le pôle se trouve au point (ξ, η). »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les formules de représentation des fonctions* [1]. Note de M. P. du Bois-Reymond, présentée par M. Hermite.

« Distinguons les conditions qui permettent de représenter une valeur particulière de la fonction arbitraire de celles que prescrirait sa représentabilité dans un intervalle entier. Nous ne nous occuperons pas de ces dernières, qui, par exemple, imposent aux fonctions discontinues un genre restreint de discontinuités. Quant aux premières, il faut encore distinguer des *conditions de point* et des *conditions d'intervalle*, celles-là n'exigeant qu'un certain mode d'approche de la fonction à sa valeur à représenter, tandis que celle-ci prescrit la même condition pour toutes les valeurs de la fonction dans un intervalle $0 \ldots \varepsilon$, aussi petit que l'on voudra.

---

[1] Voir *Comptes rendus*, même Tome, p. 915.

» Évidemment la condition du n° 3 dans sa première forme est une condition d'intervalle; celles de la convergence des intégrales

$$\int_0^\varepsilon d\alpha \operatorname{mod} f'(\alpha), \quad \int_0^\varepsilon \frac{d\alpha}{\alpha} \operatorname{mod}[f(\alpha) - f(0)],$$

au contraire, sont des conditions de point. C'est principalement aux conditions de point que viseront les efforts de la Science. Elles sont l'expression la plus abstraite du problème de la représentation des fonctions. Aussi la transformation exposée au n° 3 de la condition de Dirichlet en une condition de point est-elle le nerf de l'analyse dont je viens d'indiquer la marche et quelques résultats.

6. En faisant $f(x) - f(0) = \frac{\lambda(x)}{\rho(x)}$, on peut déterminer $\rho(x)$ en sorte que cette fonction devienne infinie pour $x = 0$, avec des différences constamment négatives, et que $\lim\limits_{x=0} \lambda(x)$ ne soit ni infini ni zéro. Nommons la fonction $\rho(x)$ *le degré de continuité* de la fonction $f(x)$ pour $x = 0$. Il est évident qu'il jouera un grand rôle dans les conditions de point. En introduisant la fonction $\rho(x)$, on a

$$j = \int^\varepsilon \frac{d\alpha}{\alpha} \operatorname{mod}[f(\alpha) - f(0)] = \int_0^\varepsilon d\alpha \frac{\operatorname{mod} \lambda(\alpha)}{\alpha \rho(\alpha)}.$$

Cela nous apprend que, si l'intégrale $\int_0 \frac{d\alpha}{\alpha \rho(\alpha)}$ est finie, il suffit que $\lambda(x)$ soit intégrable, et que, si elle est infinie, $\lambda(x)$ devra osciller de manière à rendre l'intégrale j convergente. Mais il ne sera pas nécessaire que $\lambda(x)$ s'évanouisse pour $x = 0$, par exemple, quand $\rho(x)$ est égale à $\log \frac{1}{x}$.

» 7. Les formules de représentation de Fourier répondent au cas spécial $\Phi(x, h) = \frac{\sin xh}{x}$, et l'on peut s'attendre à trouver la théorie particulière de ces formules ébauchée assez imparfaitement par la théorie générale. Or, il paraît qu'il n'est pas facile de trouver pour les cas spéciaux de $\Phi(x, h)$ des conditions s'accordant mieux avec les faits que les conditions générales. Peut-être aussi n'est-ce pas une entreprise bien raisonnable que de vouloir passer au tamis d'une seule fonction $\Phi(x, h)$ la multitude illimitée d'espèces de fonctions possibles. Guidé par des réflexions pareilles, je suis finalement entré dans une nouvelle voie. J'ai cherché les conditions pour la représentation d'une forme spéciale de fonctions $f(x)$, généralisable ensuite.

J'ai choisi la forme $\frac{\cos\psi(x)}{\rho(x)}$, $\rho(x)$ étant le degré de continuité pour $x = 0$ et $\psi(x)$ devenant infinie pour $x = 0$, d'abord sans maxima, puis avec maxima. Ces recherches ont jeté en effet un nouveau jour sur la question de la représentabilité, et leurs nombreux résultats pourront servir à estimer la portée des conditions générales qui se présenteront à mesure qu'on avancera dans la théorie (¹).

» M. Hermite m'a fait l'honneur de communiquer dans les *Comptes rendus* ce résultat, que pour certaines fonctions $\psi(x)$ pourvues de maxima les fonctions $f(x)$ ne sont plus représentables par les formules de Fourier. J'ajoute que le degré de continuité des fonctions non représentables peut au moins monter jusqu'à $\frac{1}{\log\frac{1}{x}}$, d'où il suit que $f(x) = f(0) + \frac{\lambda(x)}{\log\frac{1}{x}}$ ne saurait être représentable pour une fonction $\lambda(x)$ quelconque, mais que $\lambda(x)$ doit satisfaire à certaines conditions, ce qui s'accorde avec le n° 6. Quand, au contraire, $\psi(x)$ n'a pas de maxima, $\frac{\psi(x)}{\rho(x)}$ est représentable pour tous les degrés de continuité $\rho(x)$. »

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Sur la Photographie stellaire.* Note de M. H. DRAPER. (Extrait d'une Lettre adressée à M. A. Cornu.)

« Je m'empresse de communiquer à l'Académie les progrès récents que j'ai accomplis dans la photographie de la nébuleuse d'Orion.

» Par une durée d'exposition de cent quarante minutes dans le télescope, j'ai réussi à photographier, dans la nébuleuse, des étoiles de grandeur 14,1, 14,2 et 14,7 suivant l'échelle de Poyson. M. le professeur Pickering, de l'Observatoire du Harvard College, a fait pour moi une détermination spéciale de la grandeur de ces étoiles : la plus faible est de la 16ᵉ grandeur dans l'échelle d'Herschel.

» Vous voyez donc que la Photographie a reproduit des étoiles presque au minimum de visibilité dans mon télescope de 9 pouces, employé pour cette recherche, et que nous pouvons raisonnablement espérer photographier, avant peu, des étoiles trop faibles pour être vues par l'œil dans cet instrument.

(¹) *Untersuchungen über die Convergenz und Divergenz der Fourierschen Darstellungsformeln.* (*Abhandl. d. bayer. Akad. d. W.*, II Cl., XII Bd, II Abth.).

» La nébuleuse s'étend sur une surface d'environ 15′ en diamètre, la limite précise étant difficile à établir, car l'éclat est plus faible dans les parties extérieures. Les étoiles du Trapèze sont nettement séparées, et la définition est beaucoup meilleure que dans l'épreuve que je vous ai précédemment envoyée.

» J'ai l'intention d'obtenir quelques reproductions photographiques d'après les meilleurs clichés et d'en envoyer un exemplaire, aussitôt que possible, pour mettre sous les yeux de l'Académie. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action de l'électrolyse sur le toluène.* Note de M. AD. RENARD, présentée par M. A. Wurtz.

« Dans un précédent travail (¹), j'ai fait connaître les résultats auxquels je suis arrivé par l'action de l'électrolyse sur la benzine; j'ai répété ces mêmes expériences avec le toluène : ce sont les nouveaux résultats de cette étude que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie.

» Après avoir réuni une quantité suffisante de liquide électrolysé, on y ajoute environ deux à trois fois son volume d'eau : on voit aussitôt remonter une abondante couche huileuse, qui, séparée du liquide inférieur, lavée à la soude et séchée, a été soumise à la distillation. On obtient d'abord une forte proportion de toluène ayant échappé à la réaction, puis le thermomètre monte rapidement jusqu'à 190°. Cette dernière portion de la distillation, agitée avec du bisulfite de sodium, donne un abondant magma cristallin qui, exprimé et distillé avec une solution concentrée de carbonate de sodium, fournit de l'hydrure de benzoyle.

» Le liquide aqueux séparé du toluène, après avoir été saturé par de la craie, est filtré et évaporé pour chasser l'alcool; on le décolore sur du noir animal, puis on y ajoute une solution d'acétate de plomb. La liqueur filtrée, additionnée d'ammoniaque et d'une nouvelle quantité d'acétate de plomb, donne un abondant précipité, qui, reçu sur un filtre et lavé, est ensuite décomposé, en suspension dans l'eau, par un courant d'hydrogène sulfuré.

» On filtre pour éliminer le sulfure de plomb, et la liqueur, évaporée au bain-marie, abandonne un résidu sirupeux qui, repris par l'alcool fort pour éliminer les sels de chaux qu'il renferme, est évaporé dans le vide, après avoir été filtré à plusieurs reprises sur du noir animal. On obtient

(¹) *Comptes rendus*, t. XCI, p. 175.

alors une masse amorphe, solide, déliquescente, assez fortement colorée en brun, possédant toutes les propriétés de la phénose, et qui, à l'analyse, a fourni les résultats suivants :

		$C^6H^6(OH)^6$.
C....................	41,40	41,31
H....................	6,53	6,53

» Si, au lieu de faire usage de toluène pur, on soumet à l'électrolyse un toluène renfermant un peu de benzine, on obtient, outre la phénose, une petite quantité du benzoglycol $C^6H^6(OH)^2$, dont j'ai signalé la formation dans l'électrolyse de la benzine; mais avec le toluène pur il ne se produit que de la phénose. »

ANATOMIE ANIMALE. — *Structure et texture comparée de la poche du noir, chez les Céphalopodes des côtes de France.* Note de M. **P. Girod**, présentée par M. de Lacaze-Duthiers.

« Dans une précédente Communication, j'ai fait connaître la structure et la texture de la poche du noir de la *Sepia officinalis;* dans le travail que je présente aujourd'hui à l'Académie, je désire compléter ces données premières par l'étude comparée de l'organe chez les autres Céphalopodes qui le possèdent ([1]). Les espèces observées se groupent autour de quatre types : *Sepia officinalis, Loligo vulgaris, Sepiola Rondeleti, Octopus vulgaris.* Le premier est connu; nous allons lui comparer les trois autres.

» *Loligo vulgaris.* — La poche est beaucoup moins développée que chez la Seiche, mais présente la même structure générale. L'incision sur la ligne médiane antérieure permet de reconnaître, après lavage, une glande appliquée sur la paroi postérieure du réservoir. Ce réservoir est d'une capacité bien moins considérable et la glande présente une indépendance plus complète; toute sa partie supérieure est libre, en sorte qu'on pourrait comparer sa forme générale à celle d'un bonnet phrygien, dont le bord limitant l'ouverture serait adhérent à la paroi postérieure de la vésicule. C'est sur le point culminant de cette portion libre que se trouve l'orifice qui fait communiquer la glande et le réservoir. Des trabécules constituent la masse de la

([1]) Nos études ont porté sur les nombreuses espèces qui vivent sur les côtes de France et que nous avons pu recueillir, grâce à la bienveillante protection de notre maître, M. de Lacaze-Duthiers, pendant notre séjour au Laboratoire de Roscoff et pendant un hiver passé dans la station méditerranéenne des Pyrénées-Orientales.

glande, présentant une disposition analogue à celle qui a été observée dans le premier type. Mais, tandis que chez la Seiche la partie formatrice de la glande a la forme d'un cône aigu à sommet supérieur, ici, au contraire, le sommet est inférieur et le cône est largement évasé. Il vient s'enfoncer dans l'angle inférieur formé par l'union de la paroi et de la membrane limite de la glande. Ce cône est formé, comme chez la Seiche, de bourgeons pressés, limitant des espaces aréolaires et passant insensiblement à des trabécules limités par un liséré brunâtre et enfin aux trabécules noirs de la zone périphérique.

» *Sepiola Rondeleti*. — La poche de la Sépiole peut présenter deux formes distinctes : elle peut être simple ou trilobée. Dans ce dernier cas, on trouve, de chaque côté de la poche proprement dite, deux corps allongés, adhérant à la masse centrale par un étranglement. Ce dernier état a surtout frappé les observateurs. La figure de Delle Chiaje (*Descriz.*, Tav. II, *fig*. 4, *l*) montre fort bien les deux lobes latéraux dont il est question, et Grant (*Trans. of. the zool. Soc.*, t.I, p. 82) ne semble avoir connu que cet état particulier. Cette dernière erreur s'explique facilement. C'est en effet au moment de la reproduction que la poche de la Sépiole prend, dans les deux sexes, ce développement extraordinaire; or, c'est à cette époque que la Sépiole quitte la haute mer pour gagner les plages de sable échauffées par le Soleil (août, septembre, Roscoff; février, mars, Port-Vendres, Collioure). C'est à ce moment seulement que le naturaliste qui ne possède pas les moyens de porter au large ses engins de pêche peut prendre au filet ce petit Céphalopode. Aussitôt que la fécondation est faite, les Sépioles gagnent de nouveau la haute mer, d'où la drague ou le filet peuvent les ramener; dans ces circonstances, la poche est simple, piriforme. Les recherches de Peters (*Müller's Archiv*, 1842, p. 329, *Pl. XVI*, *fig*. 1, *bb*, et *fig*. 8-10) l'ont amené à voir, dans les masses annexées à la poche, des corps noirs formés d'un tissu glanduleux continu avec celui de la bourse et entourés d'une couche musculaire. Nos recherches, faites sur des animaux frais, nous amènent à des résultats différents, qui sont les suivants :

» La poche à encre de la Sépiole est constituée par une masse centrale, piriforme; elle envoie, de chaque côté, deux prolongements en forme de lames aplaties : l'un, antérieur, qui est arrondi et a la même hauteur que la poche; l'autre, postérieur, allongé et formant au-dessus et au-dessous de la poche un petit cul-de-sac saillant. L'angle dièdre situé entre ces deux prolongements est tapissé par une membrane argentée, élastique et contient une glande allongée, ovoïde, jaunâtre. Cette glande est constituée par une

série de tractus conjonctifs saillants dans l'espace et recouverts par une seule couche de cellules. Celles-ci présentent deux aspects différents : les unes sont petites, cylindriques, à noyau central, à protoplasma granuleux ; les autres ont un volume quatre fois plus considérable ; elles sont sphériques, à noyau appliqué contre la paroi, à contenu hyalin et transparent. Ces derniers éléments dérivent des premiers, ainsi que le démontrent tous les intermédiaires qui rattachent ces deux formes. Les prolongements latéraux de la poche et la glande plongent dans une masse transparente, limitée en dehors par une membrane très fine, qui s'insère, d'une part sur le bord libre du prolongement postérieur, et d'autre part sur le bord adhérent du prolongement antérieur. Cette membrane limite un véritable réservoir, dont le contenu est la sécrétion de la glande. L'examen le plus attentif ne nous a pas permis de saisir un pore pouvant permettre le passage de la sécrétion, soit à l'extérieur, soit dans l'intérieur de la poche. Quant à la partie médiane piriforme, elle se compose d'un réservoir et d'une glande hémisphérique, rejetée à la partie tout à fait inférieure de la saillie.

» *Octopus vulgaris.* — Ce qui caractérise la poche du Poulpe, c'est l'adhérence très étendue de la partie antérieure de la glande avec la paroi de la vésicule ; de cette façon, la partie libre de la glande est réduite à un simple diaphragme circulaire qui traverse la vésicule. Au centre de ce diaphragme, se trouve l'orifice qui donne passage à l'encre sécrétée dans la glande. La zone formatrice confond son axe avec celui de la glande et présente une forme hémisphérique ; ses bourgeons sont plus lâches ; la disposition concentrique des trabécules est très régulière. On n'observe pas, dans la paroi de la vésicule, de couche élastique argentée.

» Nous nous bornons à l'étude de ces types, devant montrer, dans un Mémoire plus détaillé et accompagné de Planches, les différences secondaires que présentent les autres espèces recueillies. Nos recherches sur la circulation de la poche feront l'objet d'une prochaine Communication. »

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Sur les grandes dunes de sable du Sahara.* Note de M. G. **Rolland**, présentée par M. Daubrée.

« Si les montagnes des Vosges, a dit M. E. Jourdy [1], constituées » comme elles le sont par une formation de grès et de sables épais de » plusieurs centaines de mètres, se trouvaient sous le ciel inclément du

[1] E. Jourdy, *La mer saharienne* (*La Philosophie positive ; Revue*, 1875-1876).

» continent africain, elles seraient bientôt rabotées et réduites en pous-
» sière ; » il y aurait là un grand massif de dunes. De même, en Lorraine, les calcaires du muschelkalk formeraient des plateaux nus et sans terre végétale comme les *hamada;* les marnes irisées, gypseuses et salées, des lignes d'escarpement identiques à celles du désert; enfin, les dépressions de la surface, où se concentreraient les eaux, de véritables *sebkha.* Nous aurions en France un Sahara en miniature.

» La question des dunes a beaucoup divisé les voyageurs au Sahara. Nos observations, au cours de la mission transsaharienne d'El Goleah, confirment l'opinion de Vatonne [1], que les dunes sont de formation contemporaine et que leurs éléments proviennent de la désagrégation des roches sous les influences atmosphériques; elles démontrent que l'amoncellement des sables est dû, dans les déserts de l'Afrique comme sur certains rivages de l'Europe, entièrement au vent, dont le rôle, signalé par M. Marès [2] et M. Duveyrier [3], était contesté par la plupart des géologues s'étant occupés du Sahara; elles mettent en lumière la relation qui existe entre les chaînes de dunes et le relief du sol ; enfin elles permettent d'affirmer que les grandes dunes sont sensiblement fixes en plan et invariables dans leur topographie générale, conclusion intéressante au point de vue pratique.

» On sait que les dunes de sable forment, dans le Sahara septentrional, des accumulations considérables. Ce sont des massifs composés de chaînes distinctes. Dans le Sahara algérien, on a le groupe d'Erg (*erg,* sable, pl. *areg*), se divisant en Erg oriental et Erg occidental, situés respectivement dans les bassins quaternaires du chott Melrir à l'est et de l'oued Guir à l'ouest. Nous avons reconnu que la zone intermédiaire offre seulement quelques chaînes isolées et correspond à l'interposition d'une bande saillante de terrain crétacé, allant du nord au sud, depuis le Mzab jusqu'au Tidikelt. Le quaternaire est le vrai gisement des dunes. M. Pomel [4] a dit quel développement énorme présente au Sahara l'atterrissement ancien, en grès argilo-calcaire, et de quelles érosions profondes il a été l'objet : d'où une série complexe d'alluvions en sables et graviers plus ou moins

---

[1] E. Vatonne, *Mission de Ghadamès,* 1863.

[2] P. Marès, *Note sur le Sahara au sud de la province d'Oran* (*Bulletin de la Société géologique de France,* 1857).

[3] H. Duveyrier, *Les Touareg du Nord,* 1864.

[4] A. Pomel, *Le Sahara,* 1872.

agglutinés par un ciment gypso-calcaire, d'une cohésion faible et parfois presque nulle. Ce sont ces alluvions sableuses, déposées en amont des bas-fonds argileux et salins, qui ont fourni la majeure partie des matériaux des dunes, tant à l'Erg oriental, situé en amont du Melrir, qu'à l'Erg occidental, en amont du Gourara.

» La désagrégation des roches, bien qu'incomparablement moindre, toutes choses égales d'ailleurs, sous un climat sec, est loin d'être nulle au Sahara, et j'en ai vu, le long de l'oued Mya et de l'oued Rir, ainsi que Vatonne auprès de Ghadamès, des exemples frappants. Elle tient ici aux écarts brusques de température, aux ravinements par les pluies, torrentielles quand elles tombent, aux alternatives de dissolution et de cristallisation des sels, etc. De plus, le sable sec transporté par le vent est un agent puissant de dénudation : tel plateau calcaire est poli comme une glace; le flanc de tel monticule est buriné, fouillé et réduit par places à une véritable dentelle de pierre; les escarpements de grès offrent des sillons larges et profonds, dus à de véritables érosions par le sable.

» L'immense surface des terrains d'alluvions, incessamment rongée et remise à nu, se réduit en poudre. C'est ici que le climat saharien joue un rôle décisif dans la formation des dunes. Pas d'humidité, pas de végétation. Rien qui fixe les matières meubles, lesquelles deviennent le jouet des vents. Les vents opèrent un triage, en dispersant les particules ténues, telles que l'argile, et un classement, parmi les grains de quartz résultants, en laissant les gros en place et charriant les fins.

» Pour apprécier l'importance du transport par le vent, il faut aller là où les roches, d'après leur composition, ne peuvent, en se désagrégeant, donner lieu à des sables siliceux, et où ces sables, quand il y en a, sont dus forcément à un apport. Tel est le cas de la bande crétacée qui sépare les deux bassins quaternaires et comprend exclusivement des calcaires et des marnes. Or j'y ai rencontré des dunes de sable d'une centaine de mètres de hauteur : entre autres, à 20^{km} et 40^{km} à l'est d'El Goleah, deux chaînes de 80^{km} de long et 4^{km} de large. Elles recouvrent un plateau calcaire; il ne saurait être question ici de désagrégation sur place de couches supérieures, qui formeraient noyau central : l'étage superposé est lui-même calcaire et marneux. Ces dunes, depuis le premier grain jusqu'au dernier, sont incontestablement dues au vent, et leur hauteur est comparable à celle des plus grands massifs, où l'on cite des chiffres de 150^{m} à 200^{m} au maximum.

» Ces chaînes de dunes côtoient des escarpements abrupts, de direction nord-sud. D'autres chaînes, dans la même région, suivent des vallées de

fracture, dirigées vers le sud-est. Quant aux plateaux intermédiaires, le sable roule à leur surface sans s'arrêter. Ainsi les dunes que l'on rencontre sur le crétacé sont nettement limitées aux accidents topographiques. Il semble que le relief du sol intervienne également dans la répartition des sables à la surface du quaternaire : on remarquera, en effet, que les chaînes suivent les thalwegs, sensibles ou non à l'œil, mais tels qu'ils doivent résulter des érosions. Les dunes de la rive droite de l'oued Mya paraissent jalonner d'anciens affluents de cette vallée. Celles qui flanquent le large gassi de Mokhanza (*gassi*, bande rectiligne entre deux chaînes de dunes) et encaissent les gassi latéraux, sont plus ou moins parallèles au lit de l'oued Igharghar. Celles du Souf ont des directions peu différentes de la pente générale vers le chott Melrir.

» Les sables fins que le vent amoncelle soit au désert, soit sur nos côtes, ont ici et là les mêmes formes extérieures, les mêmes modes d'orientation et de groupement, etc., et les dunes de Gascogne donnent une image, pâle et réduite il est vrai, des grandes dunes du Sahara. Mais celles-ci semblent relativement fixes. Des vents variés se succèdent, sous l'action desquels il y a, d'une dune à l'autre et d'une chaîne à la suivante, un va-et-vient de pulvérulin sableux, qui balaye sans cesse le désert. En fin de compte, ces échanges ne s'équivalent pas, et il y a transport vers l'est et le sud, ainsi que le démontrent les positions de l'Erg oriental et de l'Erg occidental par rapport aux centres de désagrégation. Les grandes dunes marchent, mais très lentement, vers le sud-est; de plus, la désagrégation suivant son cours, la somme des sables augmente : marche et augmentation presque insensibles dans la durée d'une génération. La permanence des routes et des points d'eau au milieu des grands massifs de dunes, les noms attribués aux chaînes de sable et à leurs intervalles, à tel sommet et à tel col, témoignent que l'emplacement et l'orographie de ces massifs et de ces chaînes ne varient guère. La configuration superficielle subit des oscillations périodiques, mais la masse est à peu près immobile. L'ouragan le plus violent ne remue les sables que sur une bien faible épaisseur, et le vent ne renverse pas d'un souffle les monuments qu'il a mis tant de siècles à édifier grain par grain. »

CHIMIE. — *Sur le silicate de baryte cristallisé obtenu par M. Pisani.* Note de M. **H. Le Chatelier.**

« Quand j'ai signalé, à la dernière séance, l'existence d'un silicate de baryte cristallisé, j'ignorais que M. Pisani avait déjà publié la même observation (*Comptes rendus*, séance du 21 novembre 1876). Je l'ai appris trop tard pour pouvoir retirer ma Note de l'impression. Les analyses chimiques, les déterminations cristallographiques sont identiques de part et d'autre; il n'y a de différence que dans la formule attribuée à ce silicate. Cette différence provient, comme il est aisé de s'en rendre compte, d'une simple erreur de virgule dans l'un des calculs. »

M. **E.-J. Maumené** adresse deux Notes « Sur la production du cyanogène » et « Sur l'action de l'acide azotique et des métaux ».

M. **L. Descroix** adresse des représentations graphiques de diverses données météorologiques se rapportant aux études d'Hygiène.

M. **F. Arnodin** adresse un Mémoire relatif à l'influence de la nature des peintures sur les câbles des ponts suspendus.

La séance est levée à 4 heures et demie. J. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 4 avril 1881.

(Suite.)

Catalogue of the library of the geological Society of London. London, 1881; 1 vol. in-8° relié.

Ueber die Abspiegelung der Sonnenfleckenperiode in den zu Rom beobachteten magnetischen Variationen. Note von R. Wolf. Neapel, Mailand. Pisa, U. Hoepli, 1881; opuscule in-8°. (Présenté par M. Janssen.)

Memorie della Societa degli Spettroscopisti italiani; disp. 1ª, vol. X, gennaio 1881. Roma, Paolini, 1881; in-4°.

Atti della R. Accademia dei Lincei; anno CCLXXVIII, 1880-81 ; serie terza, Transunti, vol. V, fasc. 8°, seduta del 20 marzo 1881. Roma, Salviucci, 1881; in-4°.

Sullo sviluppo della funzione perturbatrice nella teoria dei pianetti. Memoria di G. Zurria. Catania, C. Galatola, 1881; in-8°.

Bullettino di bibliografia e di storia delle Scienze matematiche e fisiche; t. XIII, maggio 1880. Roma, 1880; in-4°.

Sulle scariche interne dei condensatori elettrici. Ricerche del Prof. E. Villari (IV Memoria). Bologna, Gamberini e Parmeggiani, 1881; in-4°. (Présenté par M. Jamin.)

Ouvrages reçus dans la séance du 11 avril 1881.

L'évolution du règne végétal. Les Cryptogames; par G. de Saporta et A.-F. Marion. Paris, Germer-Baillière, 1881; in-8° relié.

Etude botanique, chimique et physiologique sur le Thalictrum macrocarpum; *par* E. Doassans. Paris, Vve Fr. Henry, 1881; in-8°. (Renvoyé au Concours Barbier 1881.)

Annales de l'Université de Bruxelles. Faculté de Médecine; t. I, 1880. Bruxelles, H. Manceaux, 1880; in-8°.

Revue géologique pour l'année 1880; *par* Ern. Favre. XI. Genève-Bâle-Lyon, H. Georg, 1881; in-8°.

Le monde physique; par A. Guillemin. 6e série, livr. 51 à 56. Paris, Hachette et Cie, 1881; in-8°.

P. Riccardi. *Commemorazione di Michele Chasles.* Bologna, tipi Gamberini e Parmeggiani. (Estratto dal *Rendiconto dell' Accademia delle Scienze dell' Istituto di Bologna.*)

Bullettino di bibliografia e di storia delle Scienze matematiche e fisiche; t. XIII, aprile, maggio. Roma, 1880; 2 livr. in-4°.

Memorie della reale Accademia delle Scienze di Torino; serie seconda, t. XXXII. Torino, E. Loescher, 1880; in-4°.

Anales del Instituto y Observatorio de marina de San-Fernando. Seccion 2^{a} : *Observaciones meteorologicas* 1877-1878. San-Fernando, tipogr. don J.-M. Gay y Brii, 1879; 2 vol. in-4°.

Ouvrages reçus dans la séance du 18 avril 1881.

Nomenclature et classification géologiques; par M. E. Hébert. Paris, G. Masson, 1881; br. in-8°. (Extrait des *Annales des Sciences géologiques.*)

Traité clinique des maladies des Européens aux Antilles (Martinique); par

L.-J.-B. Bérenger-Feraud. Paris, O. Doin, 1881; 2 vol. in-8°. (Présenté par M. le baron Larrey pour le Concours Montyon, Médecine et Chirurgie, de 1881.)

Etudes médicales sur Barèges; par le Dr Armieux. Paris, G. Masson, 1880; in-8°. (Présenté par M. le baron Larrey.)

Ecole d'application de l'Artillerie et du Génie. Conférences d'hygiène militaire; par M. Widal. Lithogr. de l'École d'application, mars 1881; 1 vol. petit in-4°. (Présenté par M. le baron Larrey.)

Conseil d'hygiène publique et de salubrité du département de la Seine. Rapport sur l'épidémie de variole à laquelle ont succombé les Esquimaux arrivés le 31 *décembre* 1880 *au Jardin d'acclimatation de Paris*. Paris, A. Chaix, 1881; in-4°. (Présenté par M. le baron Larrey.)

Sierra-Leone; par A. Borius. Sans lieu ni date; br. in-8°. (Extrait du *Dictionnaire encyclopédique des Sciences médicales.*) (Présenté par M. le baron Larrey.)

Compte rendu de l'Académie des Sciences, Belles-Lettres et Arts de Lyon pendant l'année 1880; *par le* Dr A. Bouchacourt. Lyon, assoc. typogr. Th. Giraud, 1881; in-8°.

Bulletin des Sciences mathématiques et astronomiques; 2e série, t. IV, septembre, octobre et novembre 1880. Paris, Gauthier-Villars, 1880; 3 livr. in-8°.

ERRATA.

(Séance du 28 février 1881.)

Page 448, ligne 16, *au lieu de* M. J. Franklin, *lisez* M. F. Franklin.